ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ Μ.Ε.
ΑΙΤΗΜΑ - ΔΙΑΤΑΞΗ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β'ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΜΕΡΟΣ 2ο «ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ»

1. Τι καλείται εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας;

Απάντηση

Το εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας είναι ένας θετικός αριθμός, που εκφράζει την έκταση που καταλαμβάνει η επιφάνεια αυτή στο επίπεδο. Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης επιφανειών που χρησιμοποιούμε.

2. Ποιες μονάδες εμβαδού γνωρίζεται

Απάντηση

● Ας θεωρήσουμε ένα τετράγωνο πλευράς 1 m. Το εμβαδόν του τετραγώνου αυτού λέγεται τετραγωνικό μέτρο (1 m^2) και το χρησιμοποιούμε ως μονάδα μέτρησης εμβαδών.

● Αφού 1 m = 10 dm, το τετραγωνικό μέτρο χωρίζεται σε 10 • 10 = 100 «τετραγωνάκια» πλευράς 1 dm. Το εμβαδόν σε κάθε τετραγωνάκι ονομάζεται τετραγωνικό δεκατόμετρο ή τετραγωνική παλάμη (1 dm^2).
Παρατηρούμε ότι 1 m^2 = 100 dm^2.

● Ας θεωρήσουμε τώρα ένα τετράγωνο πλευράς 1 dm. Αφού 1 dm = 10 cm, το τετραγωνικό δεκατόμετρο χωρίζεται σε 10 • 10 = 100 «τετραγωνάκια» πλευράς 1 cm. Το εμβαδόν ενός τετραγώνου πλευράς 1 cm λέγεται τετραγωνικό εκατοστόμετρο ή τετραγωνικός πόντος (1 cm^2). Παρατηρούμε ότι 1 dm^2 = 100 cm^2.

● Ας θεωρήσουμε τώρα ένα τετράγωνο πλευράς 1 cm. Αφού 1 cm = 10 mm, το τετραγωνικό εκατοστόμετρο χωρίζεται σε 10 • 10 = 100 «τετραγωνάκια» πλευράς 1 mm. Το εμβαδόν ενός τετραγώνου πλευράς 1 mm λέγεται τετραγωνικό χιλιοστόμετρο (1 mm^2). Παρατηρούμε ότι 1 cm^2 = 100 mm^2.

● Άλλες μονάδες μέτρησης εμβαδών είναι:

- Το τετραγωνικό χιλιόμετρο (1 km^2), το οποίο ισούται με το εμβαδό ενός τετραγώνου πλευράς 1000 m. Επομένως
1 km^2 = 1000 • 1000 = 1.000.000 m^2.
Χρησιμοποιείται κυρίως για τη μέτρηση μεγάλων εκτάσεων, όπως είναι η έκταση που καταλαμβάνει ένα κράτος, ένας νομός ή ένα νησί.
- Το στρέμμα, το οποίο ισούται με 1000 m^2 και χρησιμοποιείται κυρίως για τη μέτρηση των εμβαδών οικοπέδων και κτημάτων.

❖ Συνοψίζοντας τα παραπάνω σχηματίζουμε τον πίνακα:

1 m^2 =	100 dm^2 =
= 10.000 cm^2 =	1.000.000 mm^2

1 dm^2 =	100 cm^2 =	10.000 mm^2

$1\ cm^2 =$ $100\ mm^2$

$1\ mm^2 =$ $0{,}01\ cm^2 =$
$= 0{,}0001\ dm^2 =$ $0{,}000001\ m^2$

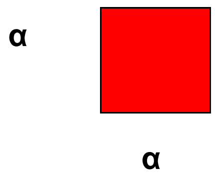
$1\ cm^2 =$ $0{,}01\ dm^2 =$ $0{,}0001\ m^2$

$1\ dm^2 =$ $0{,}01\ m^2$

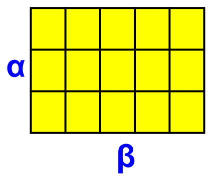
3. Πως βρίσκουμε το εμβαδόν τετραγώνου πως το εμβαδόν του ορθογωνίου;

Απάντηση

Το εμβαδόν ενός τετραγώνου πλευράς α ισούται με $α^2$.



Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου με πλευρές α, β ισούται με α • β.



Τις πλευρές ενός ορθογωνίου τις λέμε μήκος (τη μεγαλύτερη πλευρά) και πλάτος (τη μικρότερη) και τις ονομάζουμε διαστάσεις του ορθογωνίου. Έτσι, μπορούμε να πούμε ότι το γινόμενο των διαστάσεων ενός ορθογωνίου ισούται με το εμβαδόν του ή:
εμβαδόν ορθογωνίου = μήκος • πλάτος.

4. Πως συμβολίζουμε με το εμβαδόν επιπέδου σχήματος;

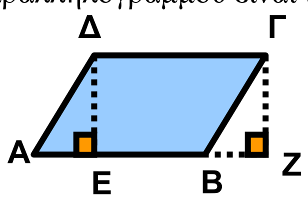
Απάντηση

Για να συμβολίσουμε το εμβαδόν κάθε επίπεδου σχήματος, το γράφουμε μέσα σε παρένθεση. Δηλαδή, το εμβαδόν ενός τετραπλεύρου ΑΒΓΔ συμβολίζεται με (ΑΒΓΔ), το εμβαδόν ενός τριγώνου ΖΗΘ συμβολίζεται με (ΖΗΘ) κ.ο.κ.

5. Πως βρίσκουμε το εμβαδόν παραλληλογράμμου;

Απάντηση

Το εμβαδόν ενός παραλληλογράμμου είναι ίσο με το γινόμενο μίας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.

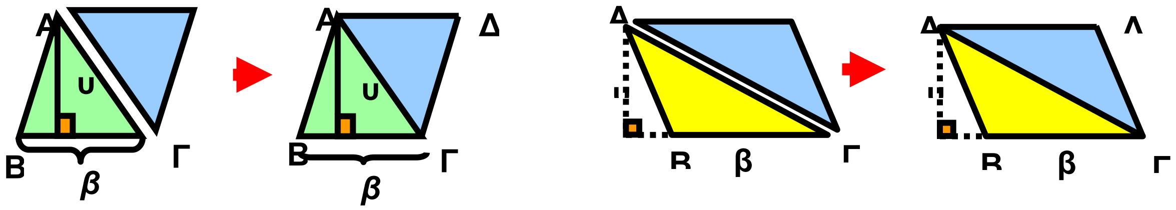


Ε= βάση. Αντίστοιχο ύψος

Ε = β • υ

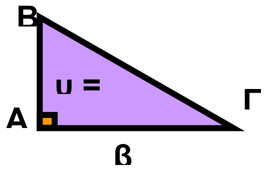
6. **Πως βρίσκουμε το εμβαδόν τριγώνου;**

Απάντηση



Είτε το τρίγωνο ΑΒΓ είναι οξυγώνιο είτε είναι αμβλυγώνιο, το εμβαδόν του θα είναι ίσο με το μισό του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ που σχηματίζεται, αν τοποθετήσουμε άλλο ένα τρίγωνο ίσο με το ΑΒΓ, όπως φαίνεται στα παραπάνω σχήματα.
Επομένως, θα ισχύει:
$(ΑΒΓ) = \frac{1}{2}\,β \cdot υ$, όπου β η βάση του ΑΒΓ και υ το αντίστοιχο ύψος.
Γενικά:
Το εμβαδόν ενός τριγώνου είναι ίσο με το μισό του γινομένου μιας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.

Εμβαδόν ορθογωνίου τριγώνου
Όταν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο, τότε η μία από τις κάθετες πλευρές είναι η βάση β και η άλλη το ύψος του.



Επομένως: $\mathbf{(ΑΒΓ)} = \frac{1}{2}\,β \cdot υ = \frac{1}{2}\,β \cdot γ$.

Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με το μισό του γινομένου των δύο κάθετων πλευρών του.

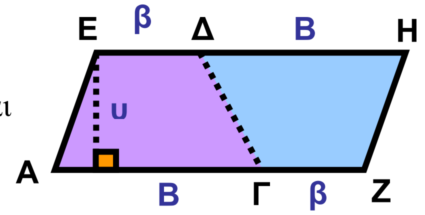
7. **Πως βρίσκουμε το εμβαδόν τραπεζίου;**

Απάντηση

Ας θεωρήσουμε το τραπέζιο ΑΓΔΕ που έχει μεγάλη βάση ΑΓ = Β, μικρή βάση ΕΔ = β και ύψος ΕΘ = υ. Θεωρώντας άλλο ένα ίσο τραπέζιο με το ΑΓΔΕ σχηματίζουμε ένα παραλληλόγραμμο ΑΖΗΕ, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το παραλληλόγραμμο που σχηματίσαμε έχει βάση (β + Β) και ύψος υ.
Επομένως: (ΑΖΗΕ) = (β + Β) • υ. Όμως: (ΑΖΗΕ) = 2(ΑΓΔΕ)

Άρα: $\mathbf{(ΑΓΔΕ)} = \frac{(β + Β)υ}{2}$

Το εμβαδόν ενός τραπεζίου είναι ίσο με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεών του με το ύψος του.



8. **Ποια σχέση συνδέει τις κάθετες πλευρές με την υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου;**

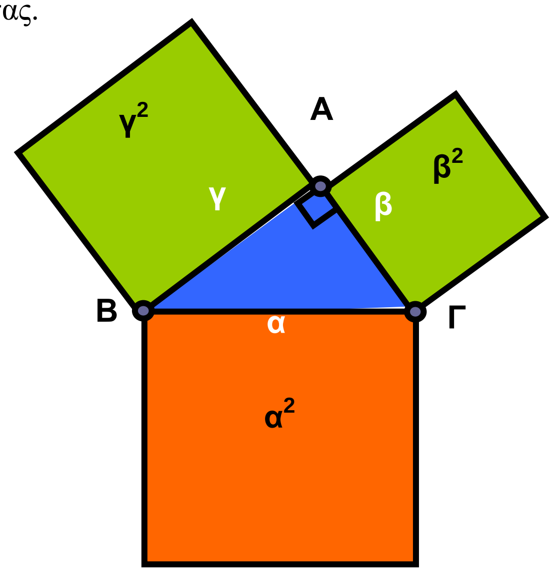
Απάντηση

Η σχέση που συνδέει τις κάθετες πλευρές με την υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου, εκφράζει το Πυθαγόρειο θεώρημα, δηλαδή ισχύει:

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας.

Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο στο Α. Σύμφωνα με το Πυθαγόρειο θεώρημα ισχύει ότι: $α^2 = β^2 + γ^2$, δηλαδή το εμβαδόν του μεγάλου πορτοκαλί τετραγώνου είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των δύο πράσινων τετραγώνων.



9. **Να διατυπωθεί το αντίστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος.**

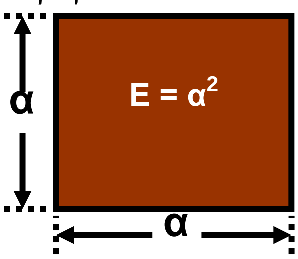
Απάντηση

Αν σε ένα τρίγωνο, το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή.

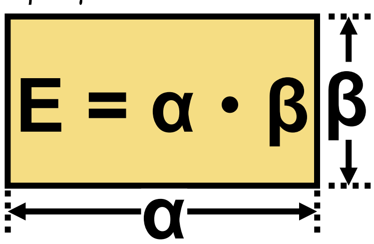
10. **Ποιοι οι τύποι των εμβαδών των βασικών επίπεδων σχημάτων;**

Απάντηση

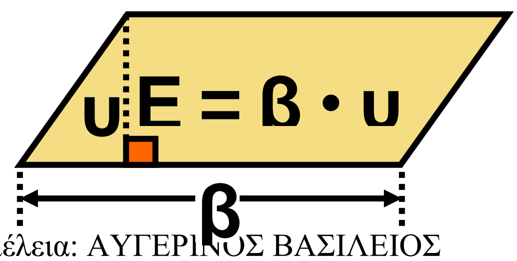
Τετράγωνο



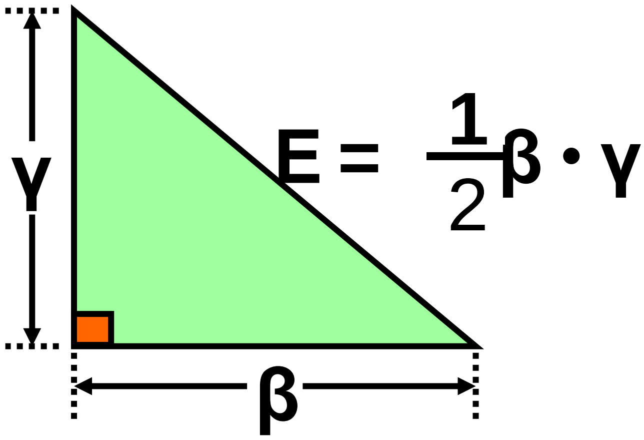
Ορθογώνιο



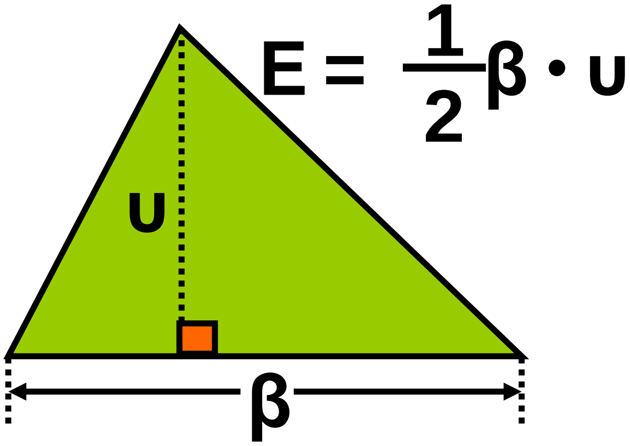
Παραλληλόγραμμο



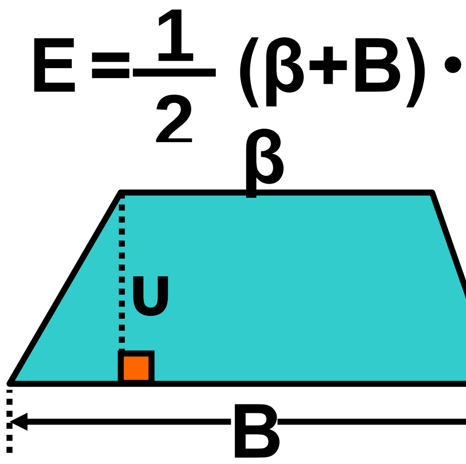
Ορθογώνιο τρίγωνο



Τυχαίο τρίγωνο



Τραπέζιο



11. Να διατυπωθεί το Πυθαγόρειο θεώρημα και το αντίστροφό του.

Απάντηση

Πυθαγόρειο θεώρημα:

$\beta^2 + \gamma^2 = \alpha^2$

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας.

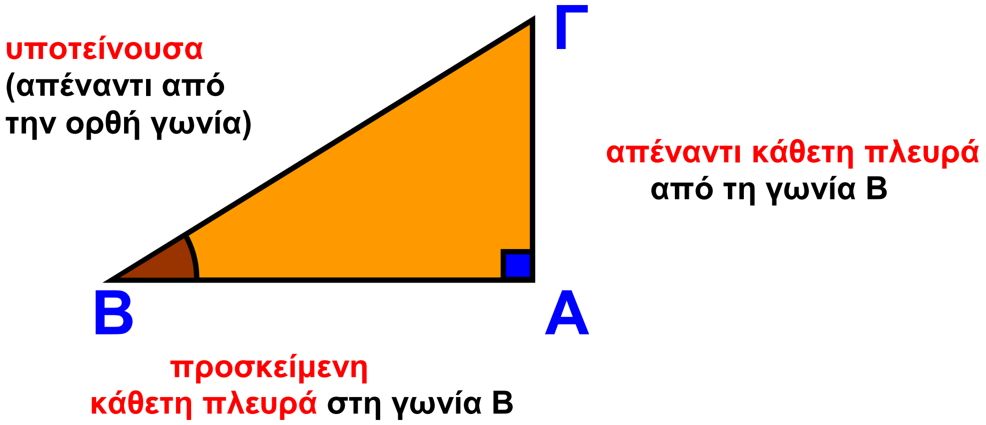
Αντίστροφο Πυθαγόρειου θεωρήματος

Αν σε ένα τρίγωνο το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή.

12. Πως ονομάζονται οι πλευρές και γωνίες ενός ορθογωνίου τριγώνου

Απάντηση

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($Α = 90^o$) η κάθετη πλευρά ΑΓ, ονομάζεται «απέναντι κάθετη πλευρά της γωνίας Β» και η ΑΒ «προσκείμενη κάθετη πλευρά της γωνίας Β».



Φυσικά, προκειμένου για τη γωνία Γ , η ΑΒ είναι η «απέναντι», ενώ η ΑΓ είναι η «προσκείμενη» κάθετη πλευρά.

13. Τι καλείται εφαπτομένη οξείας γωνίας ω και τι καλείται κλίση (δρόμου)

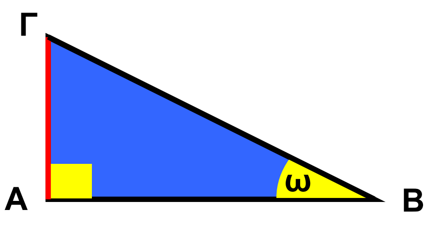
Απάντηση

Σε οποιοδήποτε ορθογώνιο τρίγωνο με οξεία γωνία ω ο σταθερός λόγος

$$εφω= \frac{\text{Απέναντι κάθετη πλευρά της γωνίας ω}}{\text{Προσκείμενη κάθετη πλευρά της γωνίας ω γωνίας}}$$

ονομάζεται εφαπτομένη της γωνίας ω και συμβολίζεται με εφω.

Ειδικά, όταν αναφερόμαστε σε δρόμο η εφαπτομένη της γωνίας ω ονομάζεται κλίση (του δρόμου).

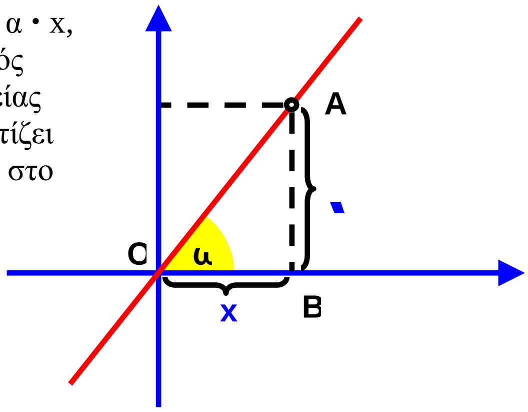


Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την απέναντι κάθετη πλευρά με την προσκείμενη κάθετη πλευρά μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται εφαπτομένη της γωνίας ω.

14. Πως συνδέεται η εφω με την εξίσωση της ευθείας;

Απάντηση

Ας θυμηθούμε την κλίση της ευθείας με εξίσωση y = α • x,
Είδαμε ότι ο λόγος ΑΒ/ΟΒ είναι πάντα ψ/χ σταθερός και ίσος με τον αριθμό α για κάθε σημείο Α της ευθείας με εξίσωση y = α • x. Αν ω είναι η γωνία που σχηματίζει η ευθεία με εξίσωση y = α • x με τον άξονα x'x, τότε στο ορθογώνιο τρίγωνο ΟΑΒ ισχύει:



$$\boxed{\text{εφω} = \frac{AB}{OB} = \frac{y}{x} = \alpha}$$

Η κλίση α της ευθείας με εξίσωση y = α • x είναι ίση με την εφαπτόμενη της γωνίας ω, που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα x΄x.

15. Πως υπολογίζουμε την εφω μιας γωνίας ω;

Απάντηση

Για να υπολογίσουμε την εφαπτομένη μιας γωνίας, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον πίνακα τριγωνομετρικών αριθμών των γωνιών $1^o – 89^o$.

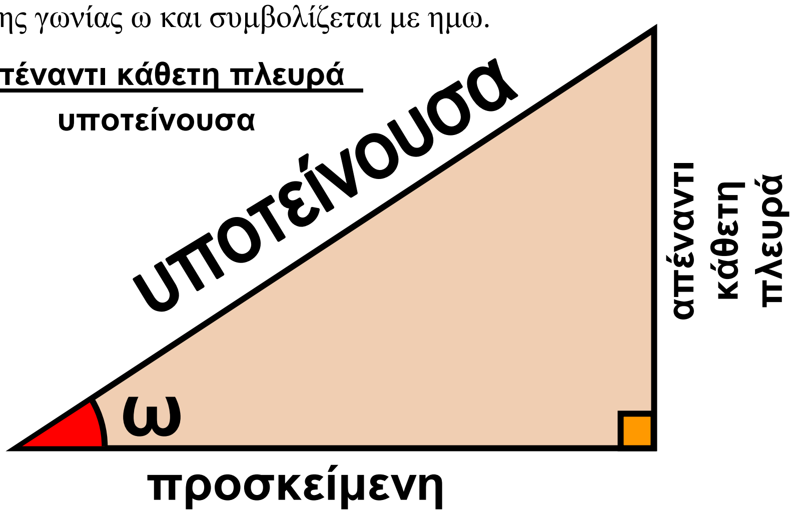
16. Τι καλείται ημίτονο οξείας γωνίας ω (ημω);

Απάντηση

Ο σταθερός λόγος $\dfrac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$

ονομάζεται ημίτονο της γωνίας ω και συμβολίζεται με ημω.
Δηλαδή

$$\text{ημω} = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$$



Επομένως: Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την απέναντι κάθετη πλευρά μίας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου δια την υποτείνουσα, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται ημίτονο της γωνίας ω.

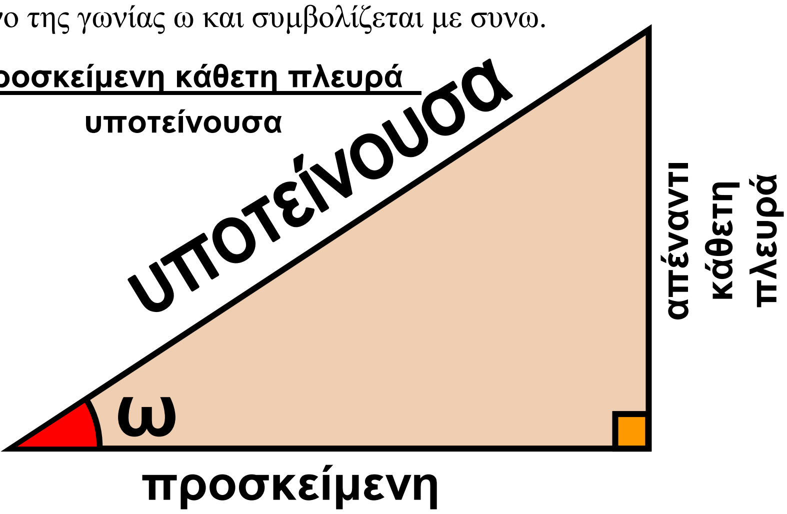
17. Τι καλείται συνημίτονο οξείας γωνίας ω (συνω);

Απάντηση

Ο σταθερός λόγος $\dfrac{\textbf{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\textbf{υποτείνουσα}}$

ονομάζεται συνημίτονο της γωνίας ω και συμβολίζεται με συνω.
Δηλαδή

$$\textbf{συνω} = \frac{\textbf{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\textbf{υποτείνουσα}}$$



Επομένως: Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την προσκείμενη κάθετη πλευρά μίας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου δια την υποτείνουσα, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται συνημίτονο της γωνίας ω.

18. Ποιες ανισώσεις ισχύουν και γιατί για το ημω και για το συνω ;

Απαντήση

Γνωρίζουμε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο η υποτείνουσα είναι μεγαλύτερη από καθεμία από τις κάθετες πλευρές, οπότε οι λόγοι:

$$\frac{\textbf{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\textbf{υποτείνουσα}}$$

και

$$\frac{\textbf{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\textbf{υποτείνουσα}}$$

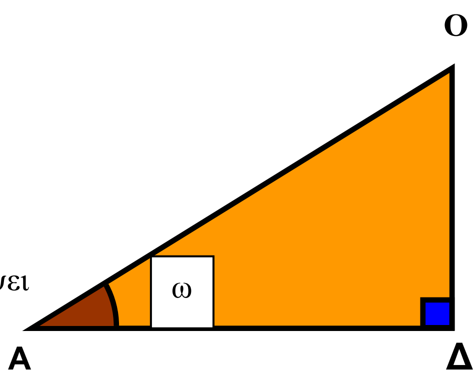
είναι μικρότεροι της μονάδας. Επομένως ισχύουν οι ανισώσεις:

$$\mathbf{0 < ημω < 1 \text{ και } 0 < συνω < 1}$$

για οποιαδήποτε οξεία γωνία ω.

19. Να αποδείξετε $\quad \textbf{εφω} = \dfrac{\textbf{ημω}}{\textbf{συνω}}$

Απάντηση



Αν διαιρέσουμε το ημω με το συνω θα προκύψει

$$\frac{ημω}{συνω} = \frac{\frac{ΟΔ}{ΟΑ}}{\frac{ΑΔ}{ΟΑ}} = \frac{ΑΔ}{ΟΔ} = εφω$$

20. Πως μεταβάλλονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί μιας οξείας γωνίας όταν αυτή αυξάνεται

Απάντηση

Όταν μια οξεία γωνία αυξάνεται, τότε: αυξάνεται το ημίτονο της, ελαττώνεται το συνημίτονο της και αυξάνεται η εφαπτομένη της.

21. Πως συνδέεται η ισότητα τριγωνομετρικών αριθμών με τις οξείες γωνίες;

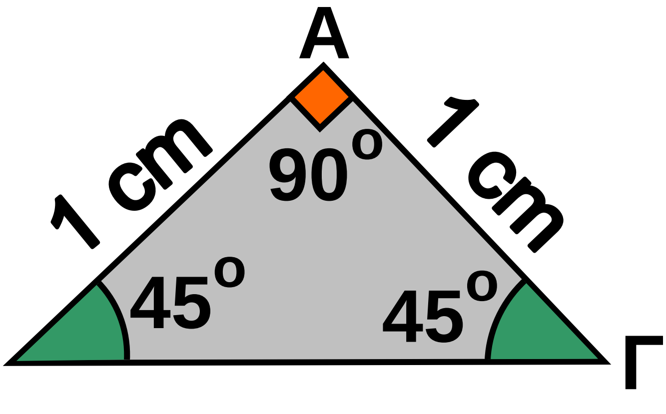
Απάντηση

Αν δύο οξείες γωνίες έχουν ίσα ημίτονα, τότε οι γωνίες αυτές είναι ίσες.
Αν δύο οξείες γωνίες έχουν ίσα συνημίτονα, τότε οι γωνίες αυτές είναι ίσες.
Αν δύο οξείες γωνίες έχουν ίσες εφαπτομένες , τότε οι γωνίες αυτές είναι ίσες.

22. Να βρεθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας 45^0

Απάντηση

Ας θεωρήσουμε ένα ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με κάθετες πλευρές ΑΒ = ΑΓ = 1 cm. Τότε οι γωνίες της βάσης του είναι Β = Γ = 45^o.



Από το Πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε:

$ΒΓ^2 = ΑΒ^2 + ΑΓ^2 = 1^2 + 1^2 = 2$,

άρα $ΒΓ = \sqrt{2}$

Επομένως:

$$ημ45^o = \frac{ΑΓ}{ΒΓ} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

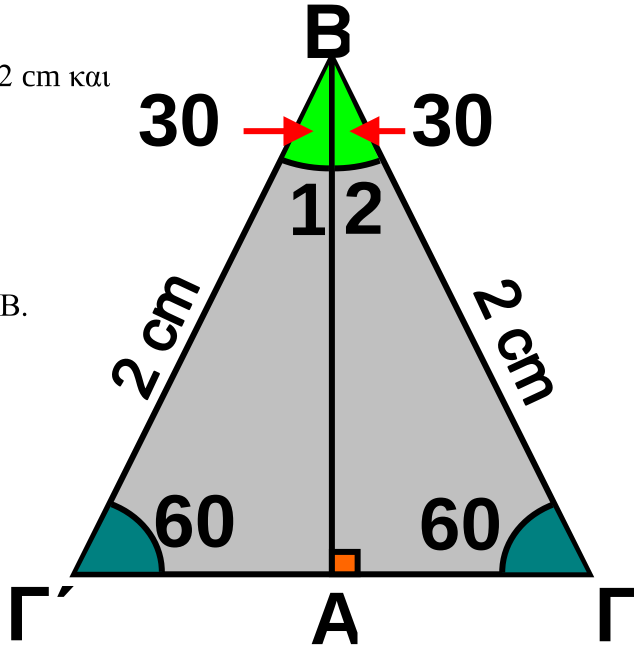
$$συν45^o = \frac{ΑΒ}{ΒΓ} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$εφ45^o = \frac{ΑΓ}{ΑΒ} = \frac{1}{1} = 1$$

23. Να βρεθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών 30^0 και 45^0

Απάντηση

Ας θεωρήσουμε τώρα δύο ίσα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΒΓ΄ με κοινή πλευρά την ΑΒ, οξείες γωνίες $B_1=B_2= 30^o$ και υποτείνουσες ΒΓ = ΒΓ΄ = 2 cm, όπως φαίνεται στο σχήμα



Το τρίγωνο ΒΓΓ΄ είναι ισόπλευρο, αφού όλες οι γωνίες του είναι 60^o, οπότε: ΓΓ΄ = 2 cm και ΑΓ = ΑΓ΄ = 1 cm. Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε ότι:

$$\etaμB_2 = \etaμ30^o=\frac{ΑΓ}{ΒΓ}=\frac{1}{2}$$

Για να υπολογίσουμε το συνημίτονο της γωνίας $B_2 = 30^o$, θα υπολογίσουμε πρώτα την πλευρά ΑΒ. Από το Πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε ότι:

$ΑΒ^2 = ΒΓ^2 - ΑΓ^2 = 2^2 - 1^2 = 3$, οπότε $ΑΒ = \sqrt{3}$

Επομένως:

$$συνB_2 = συν30^o=\frac{ΑΒ}{ΒΓ}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$εφB_2 = εφ30^o=\frac{ΑΓ}{ΑΒ}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Επίσης, στο ίδιο σχήμα μπορούμε να υπολογίσουμε το ημίτονο, το συνημίτονο και την εφαπτομένη της γωνίας $Γ = 60^o$:

$$ημΓ = ημ60^o=\frac{ΑΒ}{ΒΓ}=\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad συνΓ = συν60^o=\frac{ΑΓ}{ΒΓ}=\frac{1}{2} \qquad εφΓ = εφ60^o=\frac{ΑΒ}{ΑΓ}=\frac{\sqrt{3}}{1}$$

24. Να γραφούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών 30^0 , 60^0 και 45^0

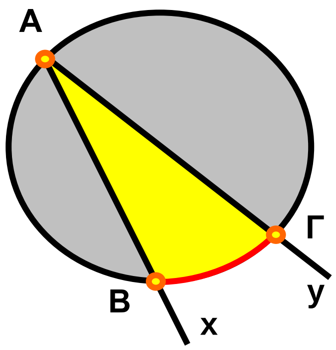
Απάντηση

	30^0	**45^0**	**60^0**
ημ	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
συν	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
εφ	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

25. Ποια γωνία καλείται εγγεγραμμένη ποιο αντίστοιχο τόξο;

Απάντηση

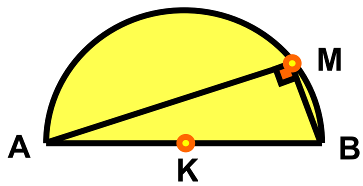
Μια γωνία xAy που η κορυφή της A ανήκει στον κύκλο (O, ρ) και οι πλευρές της Ax, Ay τέμνουν τον κύκλο, λέγεται εγγεγραμμένη γωνία στον κύκλο (O, ρ).
Το τόξο ΒΓ του κύκλου (O, ρ) που περιέχεται στην εγγεγραμμένη γωνία λέγεται αντίστοιχο τόξο της.
Επίσης, λέμε ότι η εγγεγραμμένη γωνία ΒΑΓ βαίνει στο τόξο ΒΓ.



26. Με τι ισούται κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο;

Απάντηση

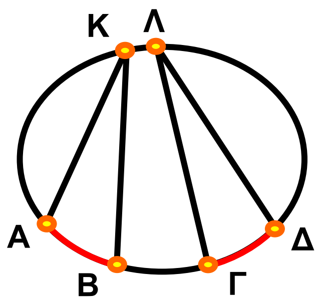
Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή. Επομένως, κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ίση με το μισό της αντίστοιχης επίκεντρης που είναι η ευθεία γωνία.



27. Ποια η σχέση της εγγεγραμμένης γωνίας με την επίκεντρη που βαίνει στο ίδιο με αυτήν τόξο και ποια η σχέση της με το αντίστοιχο τόξο και ποια σχέση έχουν οι εγγεγραμμένες που βαίνουν στο ίδιο τόξο;

Απάντηση

Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το μισό της επίκεντρης που έχει ίσο αντίστοιχο τόξο.
Οι εγγεγραμμένες γωνίες ενός κύκλου που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα είναι μεταξύ τους ίσες.
Κάθε εγγεγραμμένη γωνία έχει μέτρο ίσο με το μισό του μέτρου του αντίστοιχου τόξου της.



28. Πως ονομάζεται ένα πολύγωνο με ν κορυφές;

Απάντηση

Ένα πολύγωνο με ν κορυφές θα το λέμε ν-γωνο. Εξαίρεση αποτελεί το πολύγωνο με 4 κορυφές, που λέγεται τετράπλευρο.

29. Τι καλούμε κανονικό πολύγωνο;

Απάντηση

Ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό, αν όλες οι πλευρές του είναι μεταξύ τους ίσες και όλες οι γωνίες του είναι μεταξύ τους ίσες. π.χ.

ισόπλευρο τρίγωνο τετράγωνο κανονικό πεντάγωνο κανονικό εξάγωνο

30. Πως κατασκευάζεται ένα κανονικό πολύγωνο και τι καλείται περιγεγραμμένος κύκλος του πολυγώνου;

Απάντηση

Η διαδικασία κατασκευής ενός κανονικού πολυγώνου με ν πλευρές (κανονικό ν-γωνο) ακολουθεί τα εξής βήματα:

1ο βήμα

Υπολογίζουμε τη γωνία ω =360/ν

2ο βήμα

Σχηματίζουμε διαδοχικά ν επίκεντρες γωνίες ω, οι οποίες χωρίζουν τον κύκλο σε ν ίσα τόξα.

3ο βήμα

Ενώνουμε με διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα τα άκρα των τόξων.

Είδαμε ότι με την προηγούμενη διαδικασία κατασκευάζεται ένα κανονικό εξάγωνο, του οποίου οι κορυφές είναι σημεία ενός κύκλου. Ο κύκλος αυτός λέγεται περιγεγραμμένος κύκλος του πολυγώνου.

Επίσης, λέμε ότι το πολύγωνο είναι εγγεγραμμένο στο συγκεκριμένο κύκλο. Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να εγγράψουμε σε ένα κύκλο ένα ισόπλευρο τρίγωνο, ένα τετράγωνο και γενικά ένα κανονικό ν-γωνο.

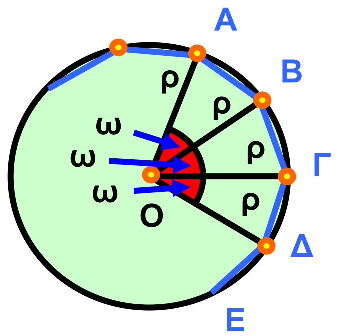
31. Τι καλείται γωνία και τι κεντρική γωνία ενός κανονικού πολυγώνου;

Απάντηση

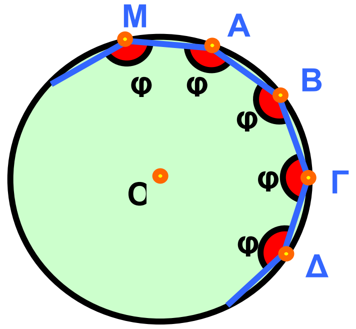
Ας θεωρήσουμε ένα κανονικό πολύγωνο με ν πλευρές (κανονικό ν-γωνο) εγγεγραμμένο σε κύκλο (Ο, ρ) για να χωρίσουμε τον κύκλο σε ν ίσα τόξα, θεωρούμε ν διαδοχικές επικεντρες γωνίες ω = 360^0/ν.

Καθεμία από τις γωνίες αυτές λέγεται **κεντρική γωνία του κανονικού ν-γώνου.**

Επομένως: Η κεντρική γωνία ω ενός κανονικού ν-γώνου είναι ίση με ω = 360^0/ν .



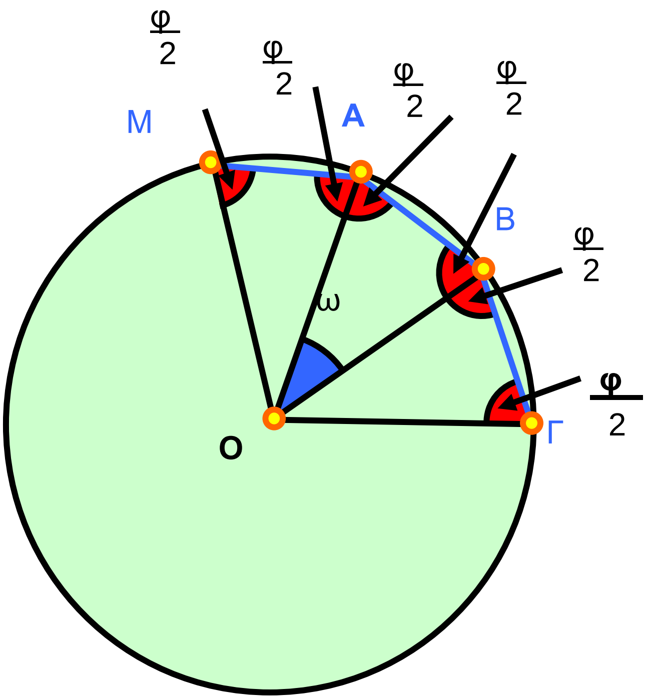
Σε οποιοδήποτε κανονικό ν-γωνο οι γωνίες ΜΑΒ,ΑΒΓ, ΒΓΔ, ... κ.ο.κ. είναι ίσες, αφού είναι εγγεγραμμένες σε ίσα τόξα και τις συμβολίζουμε με φ. Η γωνία φ ονομάζεται γωνία του κανονικού ν-γώνου.



32. Ποια η σχέση της κεντρικής και της γωνίας του ν-γωνου;

Απάντηση

Ας δούμε τη σχέση της κεντρικής γωνίας ω και της γωνίας φ του ν-γώνου.
Ενώνουμε το κέντρο του ν-γώνου με τις κορυφές, πότε σχηματίζονται ν ίσα ισοσκελή τρίγωνα.
Σε καθένα από τα τρίγωνα αυτά οι προσκείμενες στη βάση γωνίες είναι ίσες με φ/2
Στο τρίγωνο ΟΑΒ θα έχουμε ότι:
ω+φ/2+φ/2=180
ή $\omega + \varphi = 180^o$
ή $\boxed{\varphi = 180^o - \omega}$



Επομένως:

Η γωνία φ ενός κανονικού ν-γώνου είναι παραπληρωματική της κεντρικής γωνίας του ν-γώνου.

33. Ποιος είναι ο τύπος ο οποίος μας δίνει το μήκος του κύκλου;

Απάντηση

Το μήκος του κύκλου υπολογίζε-ται από τη σχέση:

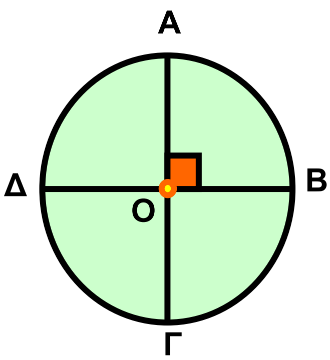
$\boxed{L = \pi\, \delta}$ ή $\boxed{L = 2\, \pi\, \rho}$

Όπου **δ=2ρ**
και στις εφαρμογές και ασκήσεις θα χρησιμοποιούμε για τον **π** την προσεγγιστική τιμή **3,14**.

34. Τι καλείται τεταρτοκύκλιο;

Απάντηση

Ο κύκλος χωρίζεται σε τέσσερα ίσα τόξα από δύο κάθετες διαμέτρους:
$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{B\Gamma} = \overset{\frown}{\Gamma\Delta} = \overset{\frown}{\Delta A}$.



Καθένα από αυτά τα τόξα έχει μέτρο 90^o και ονομάζεται τεταρτοκύκλιο.

35. Ποιος είναι ο τύπος ο οποίος μας δίνει το εμβαδόν του κύκλου;

Απάντηση

Το εμβαδόν κυκλικού δίσκου ακτίνας ρ, ισούται με $E = \pi\rho^2$