



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΜΕΡΟΣ 1ο ΑΛΓΕΒΡΑ

1. Τι καλείται μεταβλητή;

Μεταβλητή είναι ένα γράμμα (π.χ. x , y , t , ...) που το χρησιμοποιούμε για να παραστήσουμε ένα οποιοδήποτε στοιχείο ενός συνόλου.

2. Τι καλείται αριθμητική παράσταση;

Μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς, λέγεται, όπως γνωρίζουμε, αριθμητική παράσταση.

3. Τι καλείται αλγεβρική παράσταση;

Μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς και μεταβλητές ονομάζεται αλγεβρική παράσταση. Οι προσθετέοι λέγονται όροι αυτής.

4. Τι καλείται αναγωγή ομοίων όρων

Η διαδικασία αυτή με την οποία γράφουμε σε απλούστερη μορφή τις παραπάνω αλγεβρικές παραστάσεις, ονομάζεται «αναγωγή ομοίων όρων».

5. Τι καλείται εξίσωση ,τι πρώτο μέλος και τι δεύτερο ;

Η ισότητα αυτή, που περιέχει τον άγνωστο αριθμό x , ονομάζεται εξίσωση.

$$3x+200=x+600$$

Η παράσταση $3x + 200$ η οποία βρίσκεται αριστερά του $=$ λέγεται πρώτο μέλος της εξίσωσης, ενώ η παράσταση $x + 600$ που βρίσκεται αριστερά του $=$ λέγεται δεύτερο μέλος αυτής.

6. Πως λύνονται οι εξισώσεις;

Ο τρόπος που ακολουθούμε για να λύσουμε μια εξίσωση είναι ο εξής :

- Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους.
- Κάνουμε αναγωγές ομοίων όρων.
- Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου.

7. Πως μεταφέρουμε όρους σε μία εξίσωση;

Σε μία εξίσωση μπορούμε να «μεταφέρουμε» όρους από το ένα μέλος στο άλλο, αλλάζοντας το πρόσημό τους



8. Πως λύνονται τα προβλήματα με την βοήθεια των εξισώσεων ;

Η λύση προβλημάτων με τη βοήθεια εξισώσεων περιλαμβάνει τα επόμενα γενικά βήματα:

- Διαβάζουμε καλά το πρόβλημα και διακρίνουμε τα δεδομένα και τα ζητούμενα.
- Χρησιμοποιούμε ένα γράμμα (συνήθως το x) για να εκφράσουμε τον άγνωστο αριθμό που πρέπει να προσδιορίσουμε.
- Εκφράζουμε όλα τα άλλα μεγέθη του προβλήματος με τη βοήθεια του x .
- Γράφουμε την εξίσωση του προβλήματος χρησιμοποιώντας τα δεδομένα της εκφώνησης.
- Λύνουμε την εξίσωση.
- Ελέγχουμε αν η λύση που βρήκαμε ικανοποιεί τις συνθήκες του προβλήματος

9. Τι καλείται ανίσωση;

Μια ανίσωση που περιέχει μία μεταβλητή και η οποία αληθεύει για ορισμένες τιμές της μεταβλητής, λέγεται ανίσωση με έναν άγνωστο.

10. Πως λύνονται οι ανισώσεις;

Ο τρόπος που ακολουθούμε για να λύσουμε μια ανίσωση, είναι παρόμοιος με τον τρόπο που ακολουθούμε στην επίλυση εξισώσεων. Δηλαδή:

- Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους.
- Κάνουμε αναγωγές ομοίων όρων.
- Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου. Αν ο συντελεστής είναι θετικός η ανισότητα δεν αλλάζει φορά, ενώ αν είναι αρνητικός πρέπει να αλλάξουμε τη φορά της ανίσωσης.

11. Τι καλείται τετραγωνική ρίζα, ποια η ρίζα του 0 , υπάρχει ρίζα αρνητικού αριθμού και τι προκύπτει άμεσα από τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας;

Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a , λέγεται ο θετικός αριθμός, ο οποίος, όταν υψωθεί στο τετράγωνο, δίνει τον αριθμό a . Η τετραγωνική ρίζα του a συμβολίζεται με \sqrt{a} .

Επειδή, $0^2 = 0$, ορίζουμε ως $\sqrt{0} = 0$

Δεν ορίζουμε ρίζα αρνητικού αριθμού, γιατί δεν υπάρχει αριθμός που το τετράγωνό του να είναι αρνητικός. Για παράδειγμα η $\sqrt{-25}$ δεν έχει νόημα, γιατί κανένας αριθμός, όταν υψωθεί στο τετράγωνο, δε δίνει αποτέλεσμα -25 .

➤ Από τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας, προκύπτει ότι:

- Αν $\sqrt{a} = x$, όπου $a \geq 0$, τότε $x \geq 0$ και $x^2 = a$
- Αν $a \geq 0$, τότε $(\sqrt{a})^2 = a$

12. Τι καλείται άρρητος αριθμός;

Κάθε αριθμός που δεν μπορεί να πάρει την μορφή $\frac{\mu}{\nu}$, όπου μ, ν ακέραιοι με $\nu \neq 0$, ονομάζεται άρρητος αριθμός.

Αυτό σημαίνει ότι κάθε άρρητος αριθμός δεν μπορεί να γραφεί ούτε ως δεκαδικός, ούτε ως περιοδικός δεκαδικός αριθμός.

13. Πως προσεγγίζεται η τετραγωνική ρίζα του 2;

Για να προσεγγίσουμε τον αριθμό $\sqrt{2}$, παρατηρούμε διαδοχικά ότι:

$$1 = 1^2 < 2 < 2^2 = 4$$

$$1,96 = 1,4^2 < 2 < 1,5^2 = 2,25$$

$$1,9881 = (1,41)^2 < 2 < (1,42)^2 = 2,0164$$

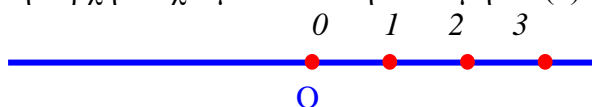
$$1,9994 = (1,414)^2 < 2 < (1,415)^2 = 2,0022$$

$$1,99996 = (1,4142)^2 < 2 < (1,4143)^2 = 2,00024$$

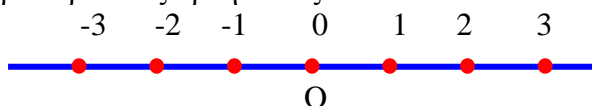
$$1,9999899 = (1,41421)^2 < 2 < (1,41422)^2 = 2,000018$$

14. Πώς ορίζονται οι φυσικοί αριθμοί, πως οι ακέραιοι, πως οι ρητοί, και πως οι πραγματικοί αριθμοί;

► Οι φυσικοί αριθμοί: 0, 1, 2, 3, ... παριστάνονται στη παρακάτω ευθεία με σημεία. Στην αρχή 0 έχουμε τοποθετήσει το μηδέν (0).



► Οι ακέραιοι αριθμοί: ... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 ... παριστάνονται πάλι με σημεία. τοποθετούμε στα δεξιά της αρχής 0 τους θετικούς ακέραιους αριθμούς και στα αριστερά τους αρνητικούς.



► Το σύνολο των ρητών αριθμών, δηλαδή των αριθμών που μπορούν να γραφούν στη μορφή $\frac{\mu}{\nu}$, όπου μ ακέραιος και ν φυσικός αριθμός.

Οι ρητοί αριθμοί έχουν γνωστή δεκαδική μορφή και γεμίζουν την ευθεία, αλλά όχι πλήρως.

► Οι πραγματικοί αριθμοί αποτελούνται όχι μόνο από τους ρητούς αλλά και όλους τους άρρητους. Οι πραγματικοί αριθμοί καλύπτουν πλήρως την ευθεία, δηλαδή κάθε σημείο της ευθείας αντιστοιχεί σε έναν πραγματικό αριθμό και αντίστροφα κάθε πραγματικός αριθμός αντιστοιχεί σε μοναδικό σημείο της ευθείας. Για το λόγο αυτό, την ευθεία αυτή την ονομάζουμε ευθεία ή άξονα των πραγματικών αριθμών.

15. Τι καλείται συνάρτηση;

Μία σχέση με την οποία κάθε τιμή της μεταβλητής x αντιστοιχίζεται σε μία μόνο τιμή της μεταβλητής y , μια τέτοια σχέση στα Μαθηματικά λέγεται συνάρτηση.

Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι «η μεταβλητή y εκφράζεται ως συνάρτηση της μεταβλητής x ». Έτσι, μπορούμε να λέμε απλά ότι έχουμε ορίσει τη συνάρτηση



16. Τι καλείται πίνακας τιμών;

Η αντιστοιχία μεταξύ των τιμών των μεταβλητών x και y φαίνεται καλύτερα με τη βοήθεια του πίνακα τιμών.

Έτσι, για τη συνάρτηση $y = 2x + 3$ έχουμε:

$$\text{Για } x = -2: \quad y = 2 \cdot (-2) + 3 = -4 + 3 = -1.$$

$$\text{Για } x = -1: \quad y = 2 \cdot (-1) + 3 = -2 + 3 = 1.$$

$$\text{Για } x = 0: \quad y = 2 \cdot 0 + 3 = 3.$$

$$\text{Για } x = 1: \quad y = 2 \cdot 1 + 3 = 2 + 3 = 5.$$

$$\text{Για } x = 2: \quad y = 2 \cdot 2 + 3 = 4 + 3 = 7.$$

Άρα, ο πίνακας τιμών είναι:

x	-2	-1	0	1	2
y	-1	1	3	5	7

17. Τι καλείται τετμημένη, τι τεταγμένη και τι συντεταγμένες ενός σημείου σε σύστημα αξόνων;

Ένα σημείο, έστω M αντιστοιχεί στο ζεύγος των αριθμών (x, y) και συμβολίζεται $M(x, y)$. Ο πρώτος από αυτούς τους αριθμούς λέγεται τετμημένη του σημείου M και ο δεύτερος λέγεται τεταγμένη του σημείου M . Η τετμημένη και η τεταγμένη του M λέγονται συντεταγμένες του σημείου M .

Αλλά και αντιστρόφως, αν έχουμε ένα σύστημα αξόνων στο επίπεδο και ένα ζεύγος αριθμών μπορούμε να βρούμε ένα μόνο σημείο M του επιπέδου που αντιστοιχεί στο ζεύγος αυτό.

Κάθε σημείο του επιπέδου αντιστοιχεί σε ένα μόνο ζεύγος συντεταγμένων και, αντιστρόφως, κάθε ζεύγος αριθμών αντιστοιχεί σε ένα μόνο σημείο του επιπέδου.

Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι οι άξονες $x'x$ και $y'y$ αποτελούν ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων ή απλώς σύστημα αξόνων.

18. Τι καλείται ορθοκανονικό σύστημα; τι καλούνται τεταρτημόρια;

Στα παραπάνω σχήματα χρησιμοποιήσαμε κάθετους άξονες των οποίων οι μονάδες μέτρησης έχουν το ίδιο μήκος. Ένα τέτοιο σύστημα λέγεται ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. Όπως θα δούμε όμως παρακάτω, υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες επιβάλλεται να χρησιμοποιήσουμε συστήματα αξόνων με διαφορετικού μήκους μονάδες μέτρησης στους άξονες $x'x$ και $y'y$. Φυσικά, ένα τέτοιο σύστημα δεν είναι ορθοκανονικό. Στα επόμενα εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά λέγοντας σύστημα αξόνων θα εννοούμε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.



Το σύστημα των αξόνων χωρίζει το επίπεδο σε τέσσερα μέρη που λέγονται τεταρτημόρια. Στο παραπάνω σχήμα σημειώνονται τα πρόσημα της τετμημένης και της τεταγμένης σε κάθε τεταρτημόριο.

$-,+ 2ο$	$+,+ 1ο$
$,- 3ο$	$+,- 4ο$

19. Τι καλείται γραφική παράσταση συνάρτησης;

Έστω ότι έχουμε μία συνάρτηση με την οποία ένα μέγεθος y εκφράζεται ως συνάρτηση ενός άλλου μεγέθους x . Ονομάζουμε γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής το σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου με συντεταγμένες (x, y) .

Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης δίνει μια «εποπτική» εικόνα της συνάρτησης αυτής και μας βοηθάει να αντλήσουμε χρήσιμες πληροφορίες για τη σχέση των μεταβλητών x και y .

20. Πότε δύο ποσά καλούνται ανάλογα και ποια η συνάρτηση των αναλόγων ποσών;

Δύο ποσά λέγονται ανάλογα, όταν πολλαπλασιάζοντας τις τιμές του ενός ποσού με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.

Η συνάρτηση των αναλόγων ποσών είναι η $\psi = ax$. Το a καλείται συντελεστής αναλογίας.

21. Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = ax$, ποια είναι η εξίσωση του άξονα x , τι είναι κλίση της ευθείας

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$ είναι μία ευθεία που διέρχεται από την αρχή O των αξόνων.

Όταν αναφερόμαστε στην ευθεία, που είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$, τότε λέμε: η ευθεία με εξίσωση $y = ax$ ή απλώς η ευθεία $y = ax$.

Ο άξονας x είναι η ευθεία με εξίσωση $y = 0x$, δηλαδή $y = 0$.

Παρατηρούμε ότι στην ευθεία $y = ax$ ο λόγος $\frac{y}{x}$ είναι πάντα σταθερός και ίσος με a , δηλαδή: $\frac{y}{x} = a$, για $x \neq 0$. Ο λόγος αυτός λέγεται κλίση της ευθείας $y = ax$.

Για παράδειγμα, η ευθεία $y = -2x$ έχει κλίση -2 .

22. Ποιες είναι οι εξισώσεις των διχοτόμων των αξόνων;

Η ευθεία με εξίσωση $y = x$ είναι διχοτόμος της 1ης και 3ης γωνίας των αξόνων και η $y = -x$ είναι διχοτόμος της 2ης και της 4ης γωνίας.



23. Τι παριστάνει η συνάρτηση $\psi = ax + \beta$

Η γραφική παράσταση της $y = ax + \beta$, $\beta \neq 0$ είναι μια ευθεία παράλληλη της ευθείας με εξίσωση $y = ax$, που διέρχεται από το σημείο $(0, \beta)$ του άξονα $y'y$.

Η $y = ax + \beta$, θα λέμε: η ευθεία με εξίσωση $y = ax + \beta$ ή απλώς η ευθεία $y = ax + \beta$.

Ο αριθμός a , που, όπως γνωρίζουμε, λέγεται κλίση της ευθείας $y = ax$, λέγεται και κλίση της ευθείας $y = ax + \beta$.

24. Τι παριστάνει η εξίσωση της μορφής $ax + \beta y = \gamma$

Παρατηρήσαμε ότι οι συναρτήσεις

$y = ax$ και $y = ax + \beta$ παριστάνουν ευθείες. Ωστόσο, υπάρχουν και άλλες εξισώσεις που παριστάνουν ευθείες, όπως φαίνεται στο παρακάτω παράδειγμα

Μια εξίσωση της μορφής $ax + \beta y = \gamma$, με $a \neq 0$ ή $\beta \neq 0$ παριστάνει ευθεία.

25. Πως βρίσκουμε τα σημεία τομής της ευθείας $ax + \beta y = \gamma$ με τους άξονες

Γνωρίζουμε ότι ο άξονας $x'x$ έχει εξίσωση $y = 0$. Επομένως, για να βρούμε το σημείο A στο οποίο η ευθεία $ax + \beta y = \gamma$, με $a \neq 0$ ή $\beta \neq 0$ τέμνει τον άξονα $x'x$, θέτουμε $y = 0$ και υπολογίζουμε την τετμημένη του x .

Γνωρίζουμε ότι ο άξονας $y'y$ έχει εξίσωση $x = 0$. Επομένως, για να βρούμε το σημείο B στο οποίο η ευθεία $ax + \beta y = \gamma$, με $a \neq 0$ ή $\beta \neq 0$ τέμνει τον άξονα $y'y$, θέτουμε $x = 0$ και υπολογίζουμε την τεταγμένη του y .

26. Πότε δύο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα τι ισχύει για τις τιμές τους ποια η συνάρτηση των αντιστρόφως ανάλογων ποσών και τι γνωρίζετε γι' αυτή;

Τα ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα, γιατί όταν η τιμή του ενός πολλαπλασιαστεί επί έναν αριθμό, τότε η τιμή του άλλου διαιρείται με τον αριθμό αυτό. Το γινόμενο των ποσών αν είναι αντιστρόφως ανάλογα, είναι σταθερό.

Σε δύο ανάλογα ποσά x και y , οι τιμές τους μπορεί να είναι και αρνητικοί αριθμοί

Όταν δύο ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα, τότε το γινόμενο των αντιστοίχων τιμών τους είναι σταθερό. Αν $a \neq 0$ είναι το σταθερό γινόμενο των x και y , τότε το y εκφράζεται ως συνάρτηση του x από τον τύπο $\psi = a/x$.

Γενικά: Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = a/x$, όπου $a \neq 0$ λέγεται υπερβολή και αποτελείται από δύο κλάδους που βρίσκονται:



- Στο 1ο και στο 3ο τεταρτημόριο των αξόνων, όταν $a > 0$.
- Στο 2ο και στο 4ο τεταρτημόριο των αξόνων, όταν $a < 0$.

Και στις δύο περιπτώσεις η γραφική παράσταση μιας υπερβολής έχει:

- Κέντρο συμμετρίας την αρχή O των αξόνων.
- Άξονες συμμετρίας τις διχοτόμους των γωνιών των αξόνων, δηλαδή τις ευθείες με εξισώσεις $y = x$ και $y = -x$.

